La place des bandits dans l'Intelligence Artificielle

Une introduction à

l'Apprentissage par renforcement

Antoine Cornuéjols et Christine Martin

(prenom.nom@agroparistech.fr)

AgroParisTech – INRAE MIA Paris-Saclay

EKINOCS research group

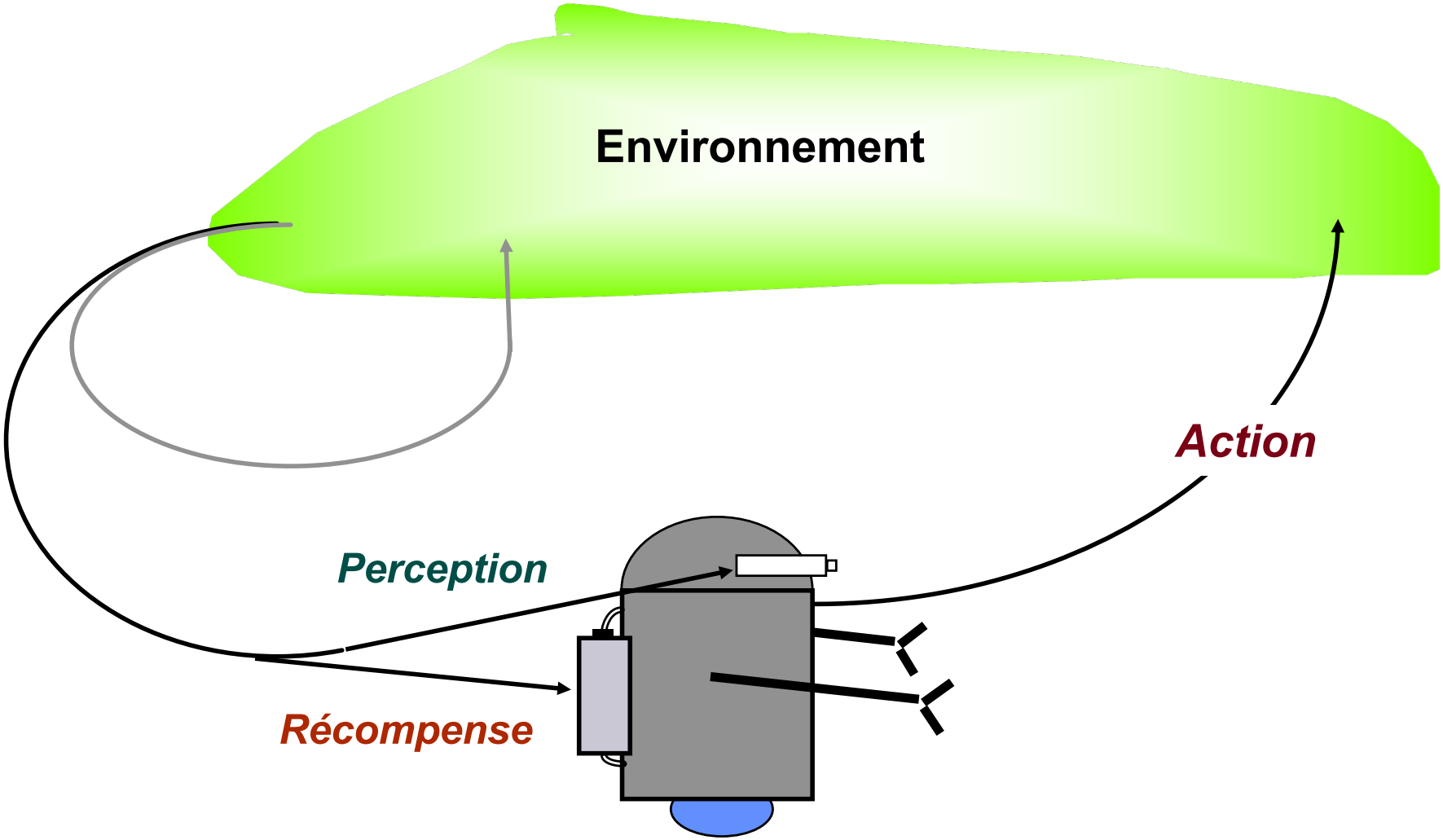
Plan du cours

1. Introduction : motivation, problèmes, notions et principes
2. Notions d'utilité et de politique
3. Apprentissage des fonctions d'utilité en **environnement connu** (et monde fini)
4. **Univers inconnu** (et monde fini)
   - Apprentissage par différences temporelles
   - Méthode du Q-Learning
5. La **généralisation** dans l'apprentissage par renforcement
6. Exemples d'applications
7. Bilan et perspectives

Plan du cours

1. Introduction : motivation, problèmes, notions et principes
2. Notions d'utilité et de politique
3. Apprentissage des fonctions d'utilité en **environnement connu** (et monde fini)
4. **Univers inconnu** (et monde fini)
   - Méthode de Monte-Carlo
   - Apprentissage par différences temporelles
   - SARSA
   - Méthode du Q-Learning
5. La **généralisation** dans l'apprentissage par renforcement
6. Exemples d'applications
7. Bilan et perspectives

Introduction : schéma général



Comme dans MCTS … MAIS …

- Comme dans MCTS
  - **Choix itératif d'actions** à l'issue incertaine

- MAIS
  - Souvent, **pas de « fin de partie »**, donc pas d'exploration possible jusqu'aux feuilles
    - Un signal de **renforcement** de temps en temps
  - On ne joue **pas** contre **un adversaire** de type **MIN**. Donc pas de pire cas
    - On veut **maximiser une espérance de gain**
      dans un environnement mal connu (au début)

Introduction : Les **notations** de base

- *Temps* discret: t
- *États* : $s_t \in S$
- *Actions* : $a_t \in \mathcal{A}(s_t)$
- *Récompenses* : $r_t \in \mathcal{R}(s_t)$

$\mathcal{R}^a_{ss'}$ **Récompense** reçue en passant de l'état s à l'état s' par l'action a

- L'agent : $s_t \rightarrow a_t$

$\mathcal{P}^a_{ss'}$ **Probabilité** de passer de l'état s à l'état s' sous l'action a

- L'environnement : $(s_t, a_t) \rightarrow s_{t+1}, r_{t+1}$
- *Politique* : $\pi_t : S \rightarrow \mathcal{A}$ ***T, R***
  - Avec $\pi_t(s,a)$ = Prob que $a_t = a$ si $s_t = s$
- Les transitions et récompenses ne dépendent **que** de **l'état** et de **l'action précédents** : processus Markovien

Introduction : critères de gain

- ***Horizon fini***

$$\sum_{t=0}^{k} r_t = r_0 + r_1 + \ldots + r_k$$

- ***Horizon infini avec intérêt***

$$\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r_t = r_0 + \gamma r_1 + \gamma^2 r_2 + \gamma^3 r_3 + \ldots$$

- ***En moyenne***

$$\lim_{k \to \infty} \frac{1}{k} \sum_{t=0}^{k} r_t$$

Plan du cours

1. Introduction : motivation, problèmes, notions et principes
2. Notions d'utilité et de politique
3. Apprentissage des fonctions d'utilité en **environnement connu** (et monde fini)
4. **Univers inconnu** (et monde fini)
   - Méthode de Monte-Carlo
   - Apprentissage par différences temporelles
   - SARSA
   - Méthode du Q-Learning
5. La **généralisation** dans l'apprentissage par renforcement
6. Exemples d'applications
7. Bilan et perspectives

*Deux **questions** essentielles*

1. Comment orienter les choix par **examen seulement** des successeurs directs ?
   - Donc **comment apprendre** une fonction d'évaluation ?

2. On cherche à maximiser une espérance de gain, donc face à une certaine distribution de probabilité correspondant à l'environnement et à ses réponses à mes choix
   - **Comment identifier** une politique optimale si l'espérance de gain que je dois évaluer **change** dès que je **modifie** ma politique ?

Remarque

- Cadre d'apprentissage à partir de très peu d'information
  - Va nécessairement impliquer de **très nombreuses** expériences
    - Souvent appel à des simulations avant de passer dans le monde réel

- Pour **simplifier le problème**, dans un premier temps on suppose
  - Un **espace d'états** discret
  - Des **transitions** dans le temps discrètes
  - Des **états** entièrement observables par l'agent

Introduction : Eléments de base

- *Politique* :

  ensemble d'associations *situation* → *action* (une application)

  Une simple table ... un algorithme de recherche intensive

  Eventuellement stochastique

- *Fonction de renforcement* :
  - Définit implicitement le but poursuivi
  - Une fonction : (*état, action*) → *récompense* ∈ $\Re$

- *Fonction d'évaluation V(s) ou Q(s,a)* :
  - Récompense accumulée sur le long-terme (pas d'exploration en avant nécessaire)

- *Modèle de l'environnement* :
  - Fonctions *T* et *R* : (*état(t), action*) → (*état(t+1), récompense*)

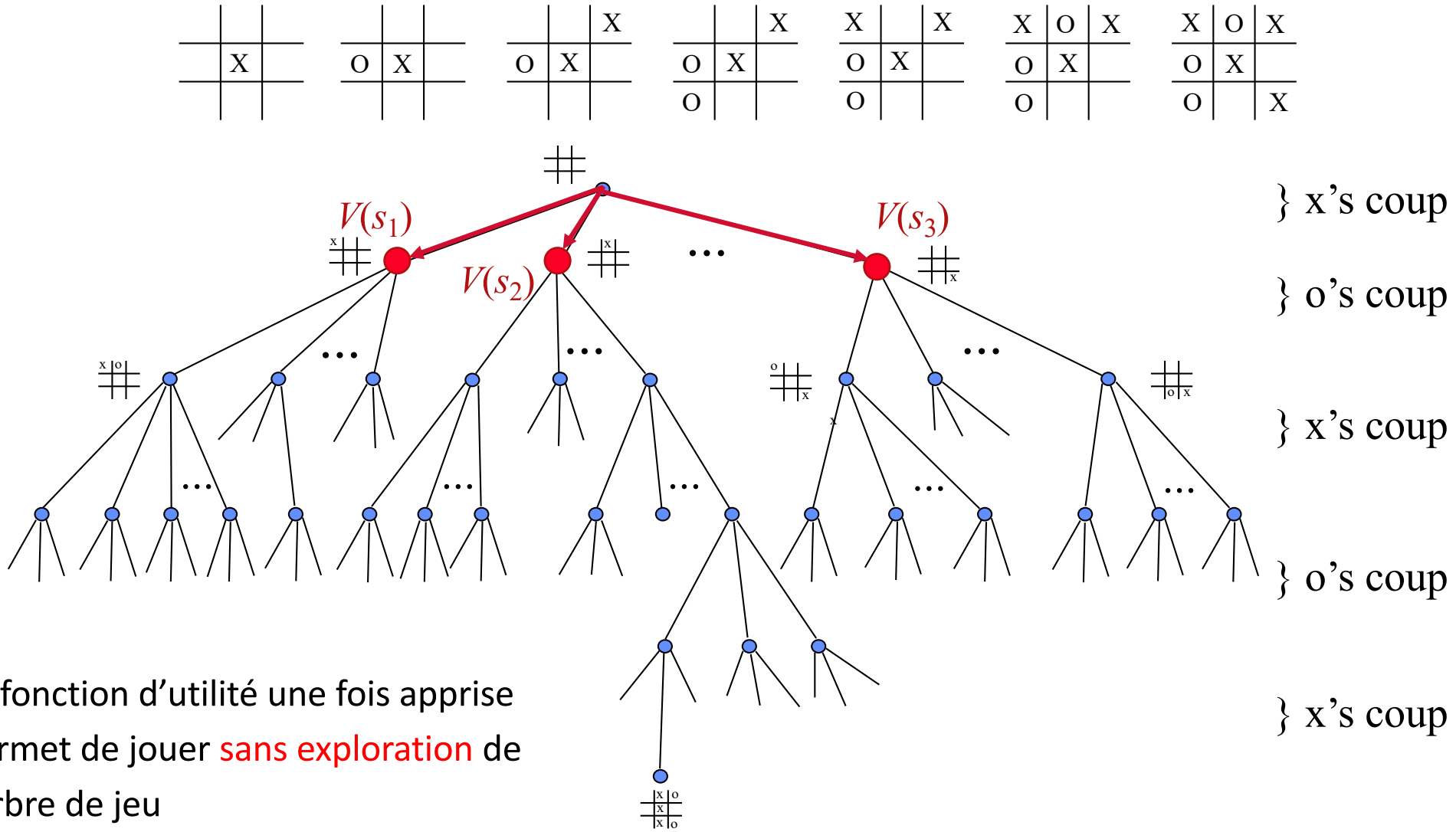
La notion d'utilité

Principe :

Choisir une action sans avoir besoin de faire une exploration (simulée) en avant

- Il faut donc disposer d'une **fonction d'évaluation locale** résumant une espérance de gain si l'on choisit cette action : fonction d'utilité
- Il faut **apprendre** cette fonction d'utilité : apprentissage par renforcement

Notion d'utilité. Exemple : Tic-Tac-Toe



La fonction d'utilité une fois apprise permet de jouer sans exploration de l'arbre de jeu

Fonctions d'utilité : $V^{\pi}(s)$ et $Q^{\pi}(s,a)$

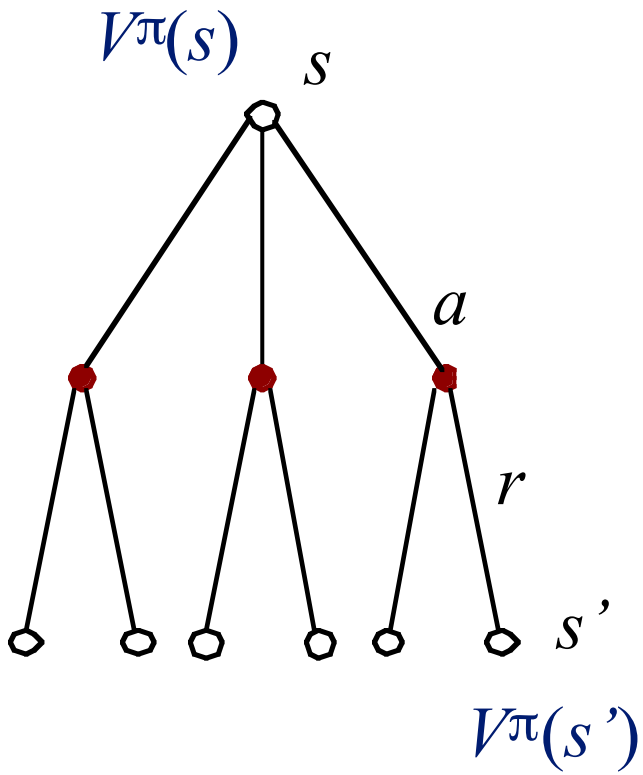
$$V^{\pi}(s) = E_{\pi}\left\{ R_t \,|\, s_t = s \right\}$$

$$= \sum_a \pi(s,a) \sum_{s'} \mathcal{P}^a_{ss'} \left[\mathcal{R}^a_{ss'} + \gamma V^{\pi}(s') \right]$$

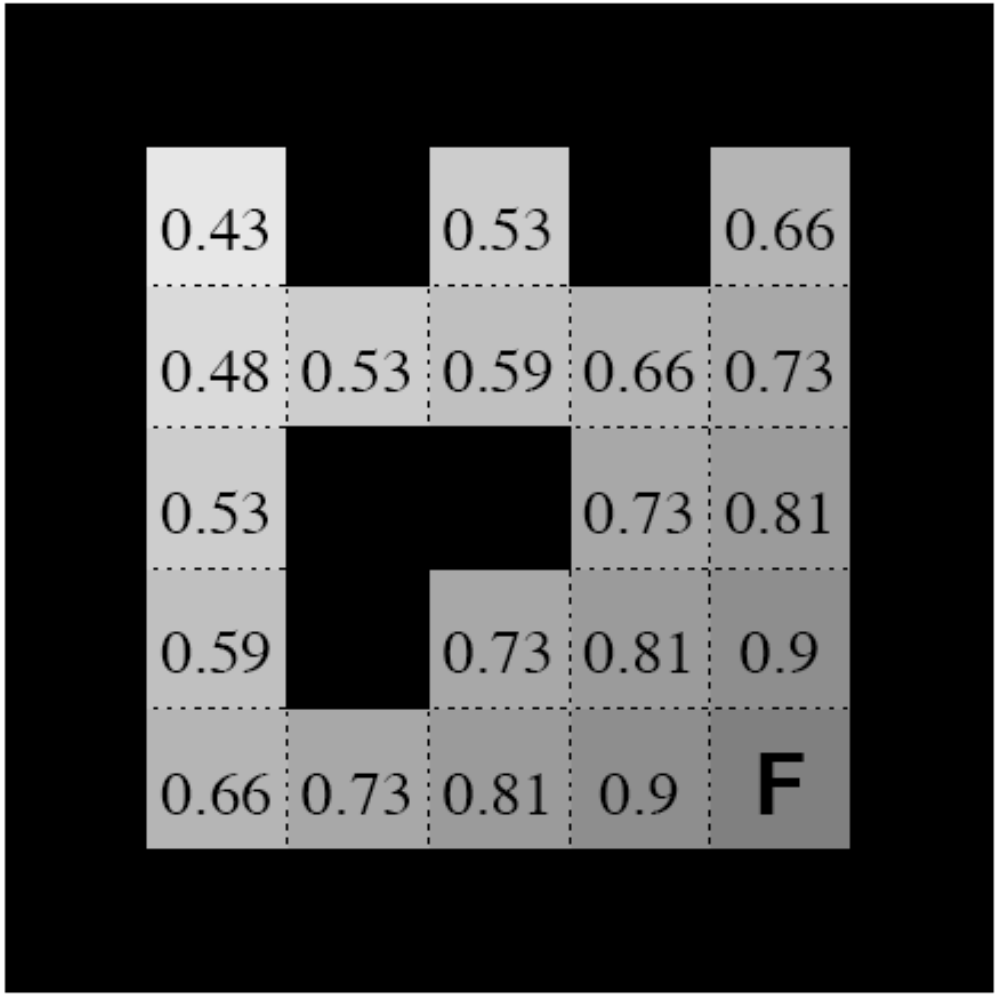
$$Q^{\pi}(s,a) = E_{\pi}\left\{ R_t \,|\, s_t = s, a_t = a \right\}$$

$$= \sum_{s'} \mathcal{P}^a_{ss'} \left[\mathcal{R}^a_{ss'} + \gamma V^{\pi}(s') \right]$$

$$V^{\pi}(s) = \sum_a \pi(s,a)\, Q^{\pi}(s,a)$$



Notion d'utilité



Utilisation : avec la fonction d'utilité V(s)*

- Une *politique* est une application $\pi : S \rightarrow A$

- Valeur optimale d'un état :

$$V^*(s) = \max_\pi V_\pi(s) = \max_\pi E_\pi\left(\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r^t\right)$$

- La fonction de valeur optimale V^* est unique

$$V^\star(s) = \max_{a \in \mathcal{Z}} \sum_{s'} \mathcal{P}^a_{ss'} \left[\mathcal{R}^a_{s_t s'} + \gamma V^*(s')\right]$$

- Une politique stationnaire optimale existe :

$$\pi^\star(s) = a^* = \operatorname{ArgMax}_{a \in \mathcal{Z}} \sum_{s'} \mathcal{P}^a_{ss'} \left[\mathcal{R}^a_{s_t s'} + \gamma V^*(s')\right]$$

Utilisation : avec la fonction d'utilité V(s)*

Attention

Pour appliquer la politique, il faut connaître :

$$\pi^\star(s) = a^* = \underset{a \in \mathcal{Z}}{\text{ArgMax}} \sum_{s'} \mathcal{P}^a_{ss'} \left[\mathcal{R}^a_{s_t s'} + \gamma V^*(s') \right]$$

Utilisation : avec la fonction d'utilité Q*(s,a)

- Fonction d'évaluation d'action $Q_\pi(s,a)$

- Valeur optimale d'une action (dans un état) :

$$Q^*(s,a) = \max_\pi Q^\pi(s,a) = E\left\{ r_{t+1} + \gamma V^*(s_{t+1}) \middle| s_t = s, a_t = a \right\}$$

$$Q^\star(s,a) = \sum_{s'} \mathcal{P}^a_{ss'} \left[\mathcal{R}^a_{s_t s'} + \gamma \max_{a' \in \mathcal{Z}} Q^*(s',a') \right]$$

- **Théorème :**

$$\pi^\star(s) = \underset{a}{\text{ArgMax}}\ Q^\star(s,a)$$

est une politique optimale

Utilisation : avec la fonction d'utilité Q(s,a)*

Ici :

Pour appliquer la politique, **rien à connaître** sur l'environnement !!!

$$\pi^\star(s) = \underset{a}{\mathrm{ArgMax}}\ Q^\star(s,a)$$

Plan du cours

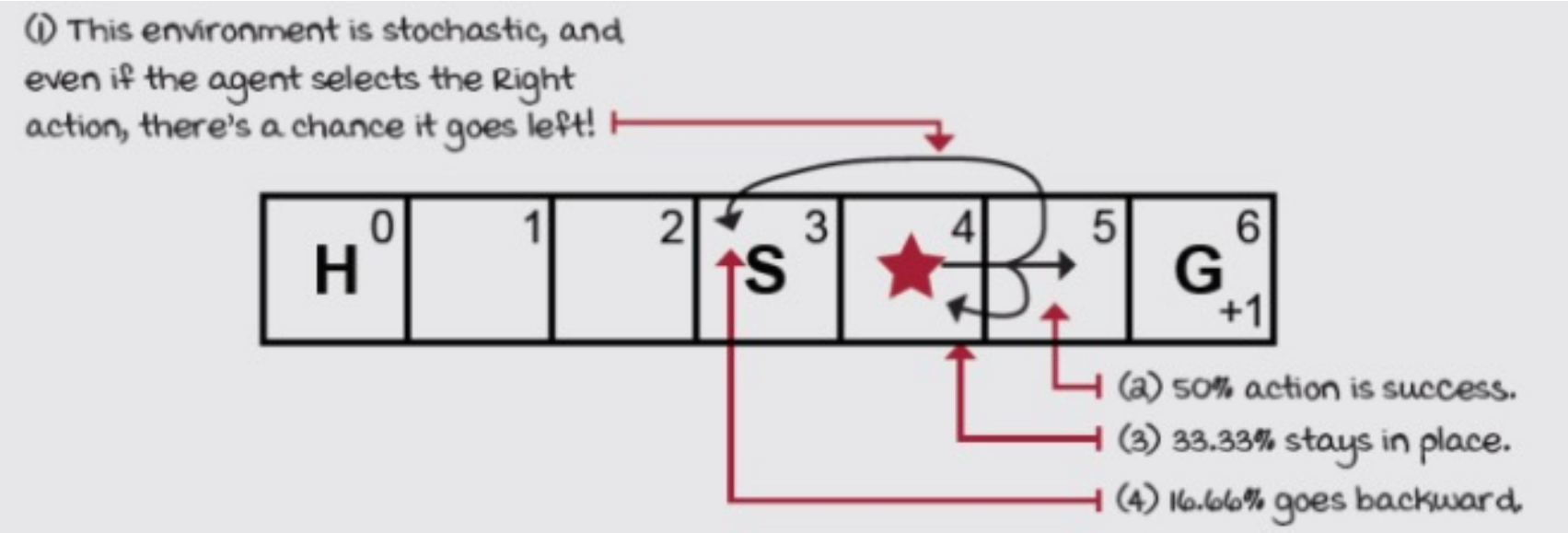
1. Introduction : motivation, problèmes, notions et principes
2. Notions d'utilité et de politique
3. Apprentissage des fonctions d'utilité en **environnement connu** (et monde fini)
4. **Univers inconnu** (et monde fini)
   - Méthode de Monte-Carlo
   - Apprentissage par différences temporelles
   - SARSA
   - Méthode du Q-Learning
5. La **généralisation** dans l'apprentissage par renforcement
6. Exemples d'applications
7. Bilan et perspectives

Quand le monde est **connu**

T(*s*,*a*,*s*') et *r*(*s*)

$$\mathcal{P}^a_{ss'} \qquad \mathcal{R}^a_{ss'}$$

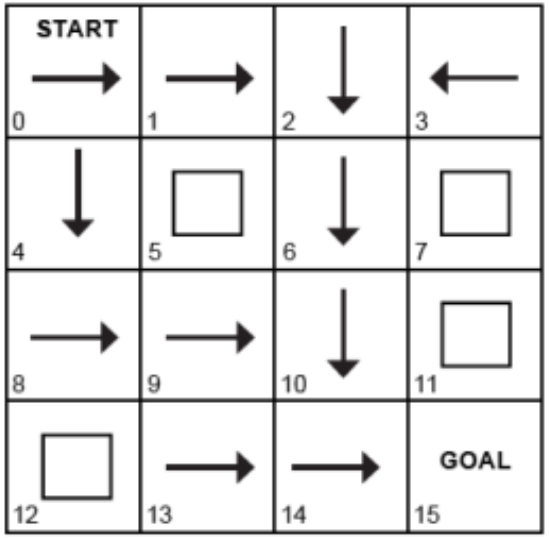
Environnement ***stochastique***



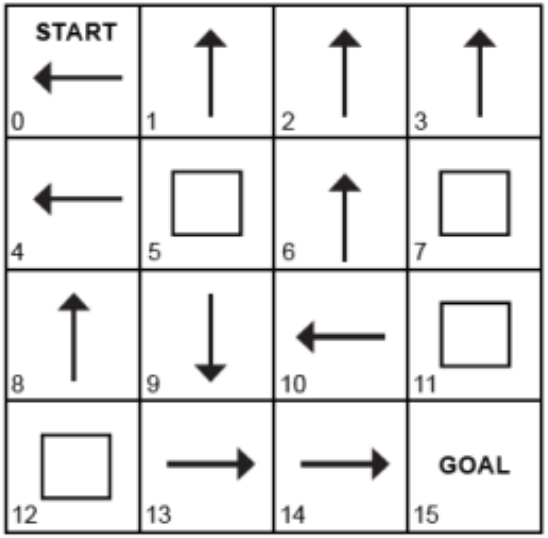
From [Miguel Morales. **Deep Reinforcement Learning.** Manning, 2020]

Comparaison de politiques

- C'est ce que l'on veut faire pour sélectionner la meilleure



Politique « **Go-get-it** »



Politique « **Careful** »

Quelle est la **meilleure** selon vous ?

Algorithme d'évaluation de **politique**

Programmation dynamique : Évaluation de politique

Évaluation de politique : Pour une **politique** donnée π, calculer la fonction d'utilité d'état $V^{\pi}(s)$:

Rappel : **State - value function for policy π :**

$$V^{\pi}(s) = E_{\pi}\left\{R_t \mid s_t = s\right\} = E_{\pi}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1} \mid s_t = s\right\}$$

Bellman equation for V^{π} :

$$V^{\pi}(s) = \sum_a \pi(s,a) \sum_{s'} P^a_{ss'}\left[R^a_{ss'} + \gamma V^{\pi}(s')\right]$$

— a system of $|S|$ simultaneous linear equations

Évaluation itérative d'une politique

Principe : l'équation de point fixe de Bellman peut fournir

une ***procédure itérative d'approximation***

de la fonction d'utilité V^{π}

$$V_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(s,a) \sum_{s'} P^a_{ss'} \left[R^a_{ss'} + \gamma V_k(s') \right]$$

$$V_0 \longrightarrow V_1 \longrightarrow \ldots \longrightarrow V_k \longrightarrow V_{k+1} \longrightarrow \ldots \longrightarrow V^{\pi}$$

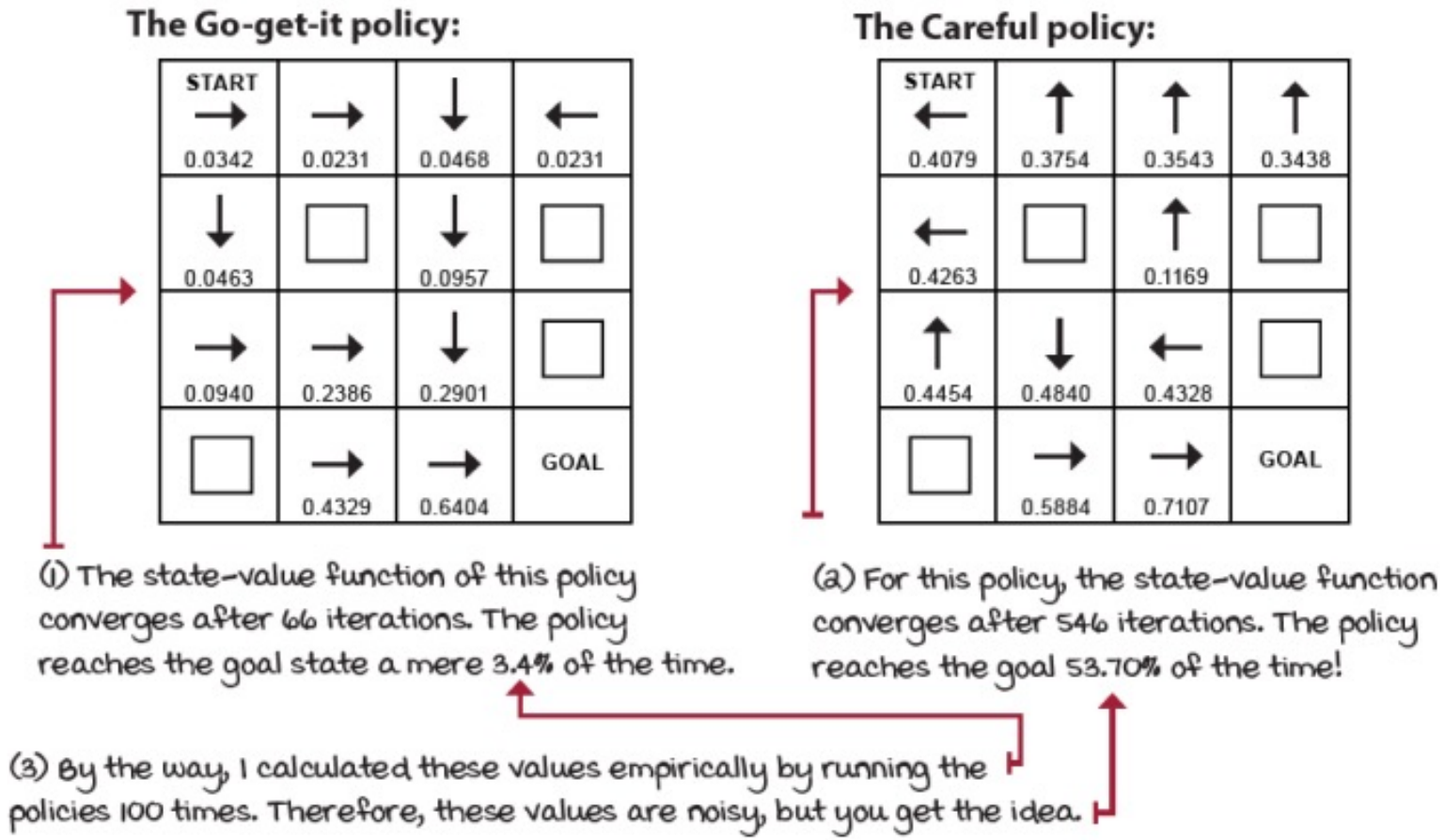
une "propagation" : visite de tous les états et mise à jour des valeurs

*Algorithme d'**évaluation** itérative d'une politique*

Input π, the policy to be evaluated
Algorithm parameter: a small threshold $\theta > 0$ determining accuracy of estimation
Initialize $V(s)$, for all $s \in \mathcal{S}^+$, arbitrarily except that $V(terminal) = 0$

Loop:
  $\Delta \leftarrow 0$
  Loop for each $s \in \mathcal{S}$:
    $v \leftarrow V(s)$
    $V(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \sum_{s',r} p(s', r \,|\, s, a)\big[r + \gamma V(s')\big]$
    $\Delta \leftarrow \max(\Delta, |v - V(s)|)$
until $\Delta < \theta$

Retour sur les politiques à évaluer



Algorithme d'itération de valeur pour Q(s,a)

Algorithme 1 *Value Iteration*

Répéter

  Pour tout $s \in S$ **Faire**

    Pour tout $a \in A$ **Faire**

      $q \leftarrow Q(s,a)$

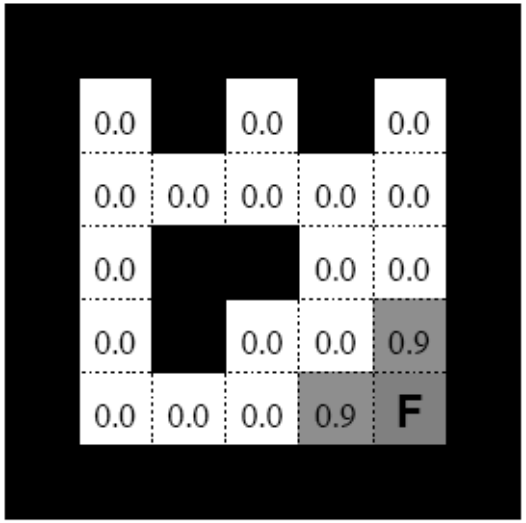
      $Q(s,a) \leftarrow R(s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} T(s,a,s') max_{a' \in A} Q(s',a')$

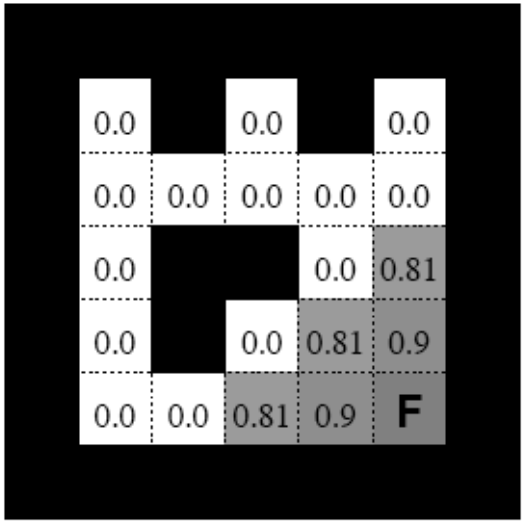
      $\Delta \leftarrow max(\Delta, |q - Q(s,a)|)$

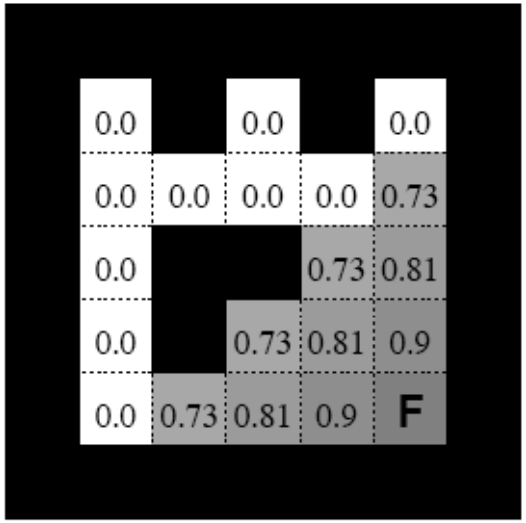
    Fin Pour

  Fin Pour

Jusqu'à $\Delta < \epsilon$







Algorithme d'amélioration de **politique**

Comment améliorer une politique

Relation d'ordre sur les politiques :

Soient π et π' deux politiques déterministes, tq $\forall s \in \mathcal{S}$

$$Q^{\pi}(s,\pi'(s)) \geq V^{\pi}(s) \qquad (1)$$

Alors la politique π' est au moins aussi bonne que π :

$$V^{\pi'}(s) \geq V^{\pi}(s)$$

Comment améliorer une politique

Relation d'ordre sur les politiques :

Soient π et π' deux politiques déterministes, tq $\forall s \in \mathcal{S}$

$$Q^{\pi}(s,\pi'(s)) \geq V^{\pi}(s) \qquad (1)$$

Alors la politique π' est au moins aussi bonne que π :

$$V^{\pi'}(s) \geq V^{\pi}(s)$$

- Si l'on trouve une modification π' de la politique π vérifiant l'inégalité (1), alors on obtient une **meilleure politique**

Amélioration de politique

Supposons fait le calcul de V^π pour une politique déterministe π.

Pour un état donné s,
serait-il meilleur de faire l'action $a \neq \pi(s)$?

L'utilité de l'action a dans l'état s est :

$$Q^\pi(s,a) = E_\pi\left\{r_{t+1} + \gamma V^\pi(s_{t+1}) \middle| s_t = s, a_t = a\right\}$$
$$= \sum_{s'} P^a_{ss'}\left[R^a_{ss'} + \gamma V^\pi(s')\right]$$

Il est préférable de choisir l'action a dans l'état s si :

$$Q^\pi(s,a) > V^\pi(s)$$

Amélioration de politique (Cont.)

Il suffit de faire cela pour tous les états pour obtenir une nouvelle politique π' qui est gloutonne par rapport à V^{π} :

$$\pi'(s) = \arg\max_a Q^{\pi}(s,a)$$
$$= \arg\max_a \sum_{s'} P^a_{ss'} \left[R^a_{ss'} + \gamma V^{\pi}(s') \right]$$

➢ Alors $V^{\pi'} \geq V^{\pi}$

Amélioration de politique : autres notations

(1) To improve a policy, we use a state-value function and an MDP to get a one-step look-ahead and determine which of the actions lead to the highest value. This is the policy-improvement equation.

(2) We obtain a new policy π' by taking the highest-valued action.

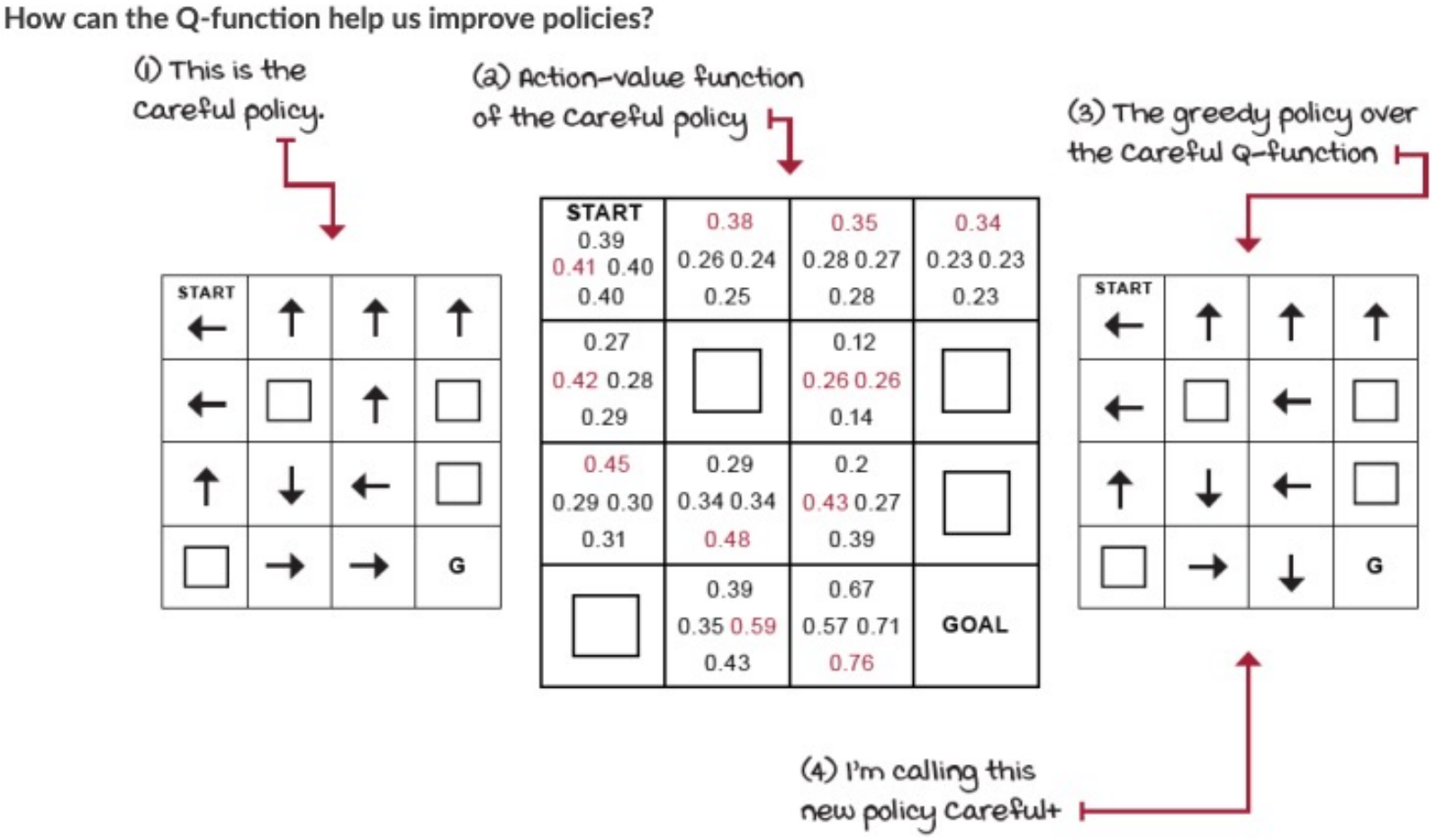
(3) How do we get the highest-valued action?

$$\pi'(s) = \operatorname*{argmax}_a \sum_{s',r} p(s', r|s, a)\left[r + \gamma v_\pi(s')\right]$$

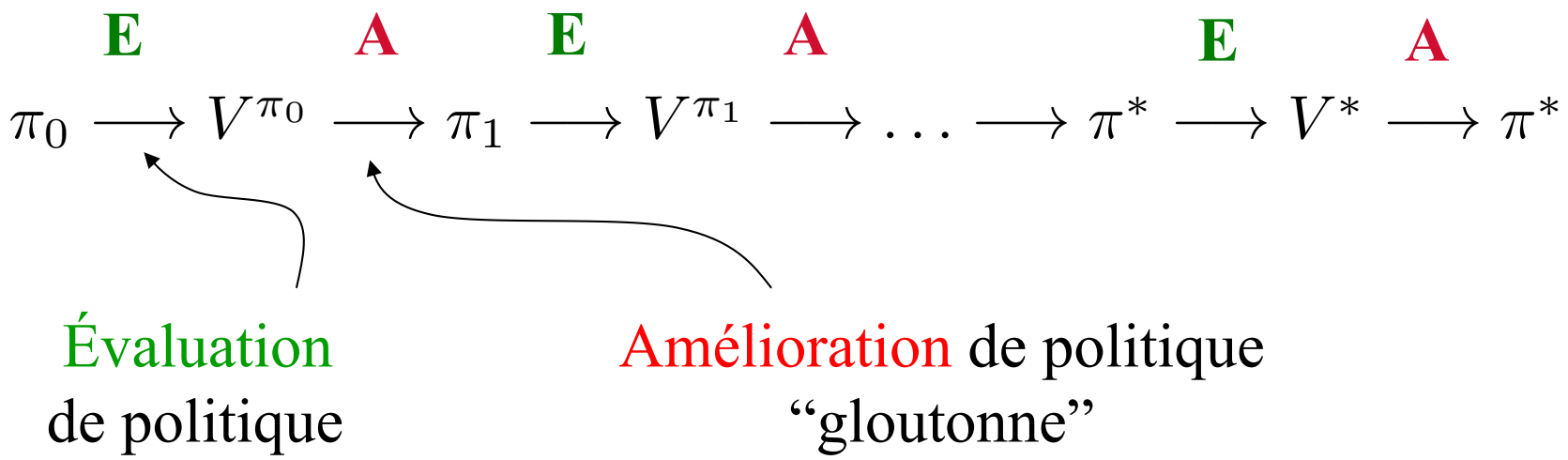
(4) By calculating, for each action, the weighted sum of all rewards and values of all possible next states.

(5) Notice that this uses the action with the highest-valued Q-function.

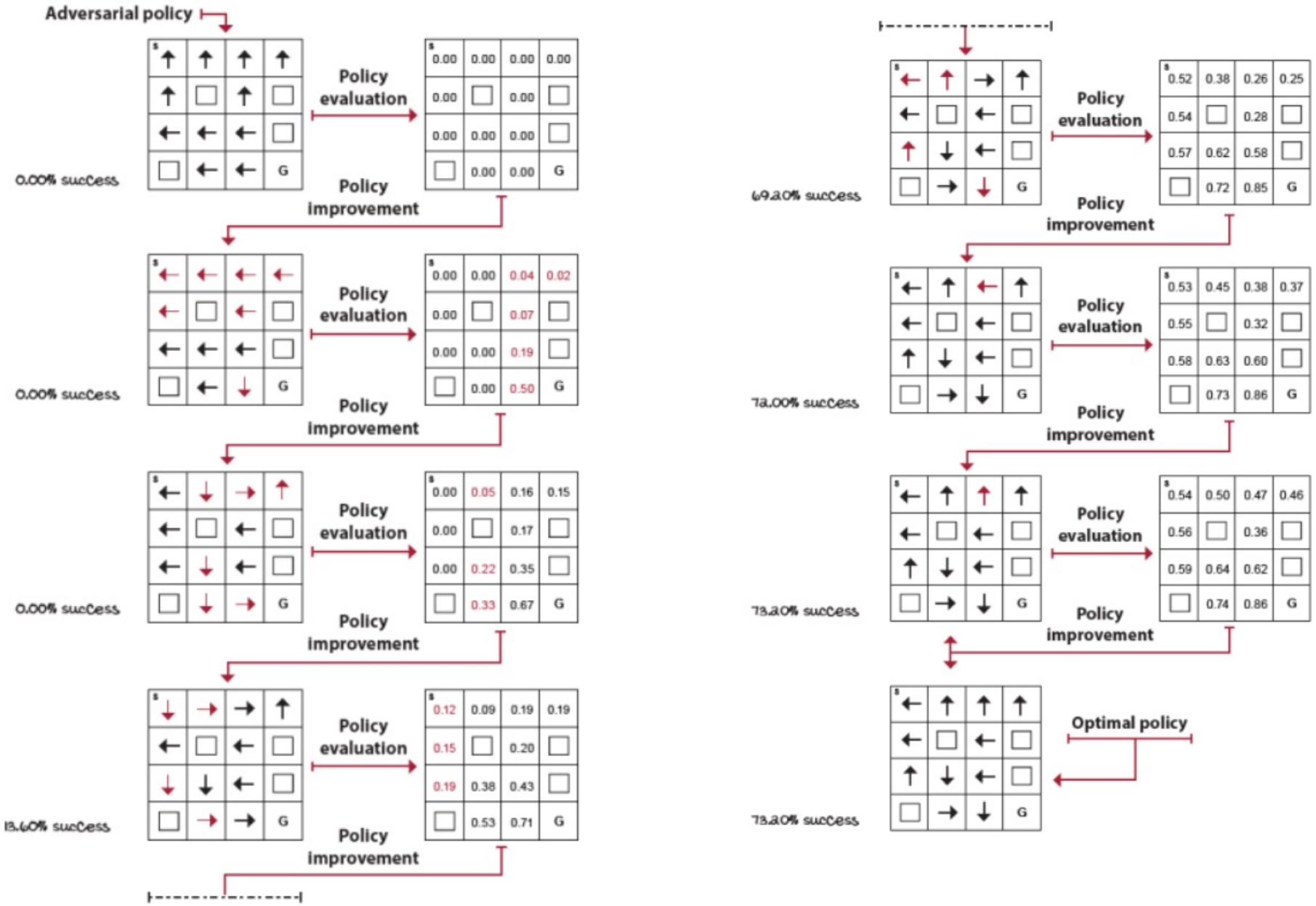
Amélioration de politique : illustration



Itération de politique



Itération de politique : illustration



Algorithme d'itération de politique

Initialisation arbitraire de π

Faire

calcul de la fonction de valeur avec π

$$V_\pi(s) = R(s,\pi(s)) + \gamma \sum_{s' \in S} T(s,\pi(s),s') V_\pi(s')$$

Amélioration de la politique à chaque état

$$\pi'(s) \leftarrow \max_a \left(R(s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} T(s,a,s') V_\pi(s') \right)$$

$\pi' := \pi$

Jusqu'à ce qu'aucune amélioration ne soit possible

- **Garantie de convergence** vers une politique optimale

Policy Iteration

1. Initialization
   $V(s) \in \mathbb{R}$ and $\pi(s) \in \mathcal{A}(s)$ arbitrarily for all $s \in \mathcal{S}$

2. Policy Evaluation
   Loop:
      $\Delta \leftarrow 0$
      Loop for each $s \in \mathcal{S}$:
         $v \leftarrow V(s)$
         $V(s) \leftarrow \sum_{s',r} p(s', r \,|\, s, \pi(s)) \big[r + \gamma V(s') \big]$
         $\Delta \leftarrow \max(\Delta, |v - V(s)|)$
   until $\Delta < \theta$ (a small positive number determining the accuracy of estimation)

3. Policy Improvement
   policy-stable $\leftarrow$ *true*
   For each $s \in \mathcal{S}$:
      old-action $\leftarrow \pi(s)$
      $\pi(s) \leftarrow \arg\max_a \sum_{s',r} p(s', r \,|\, s, a) \big[r + \gamma V(s') \big]$
      If *old-action* $\neq \pi(s)$, then *policy-stable* $\leftarrow$ *false*
   If *policy-stable*, then stop and return $V \approx v_*$ and $\pi \approx \pi_*$; else go to 2

Algorithme d'itération de **valeur**

Combine évaluation de politique et amélioration de politique

Policy iteration

- Drawbacks

  Each time a policy is modified,
  a phase of **iterative policy evaluation** is triggered, which can be costly

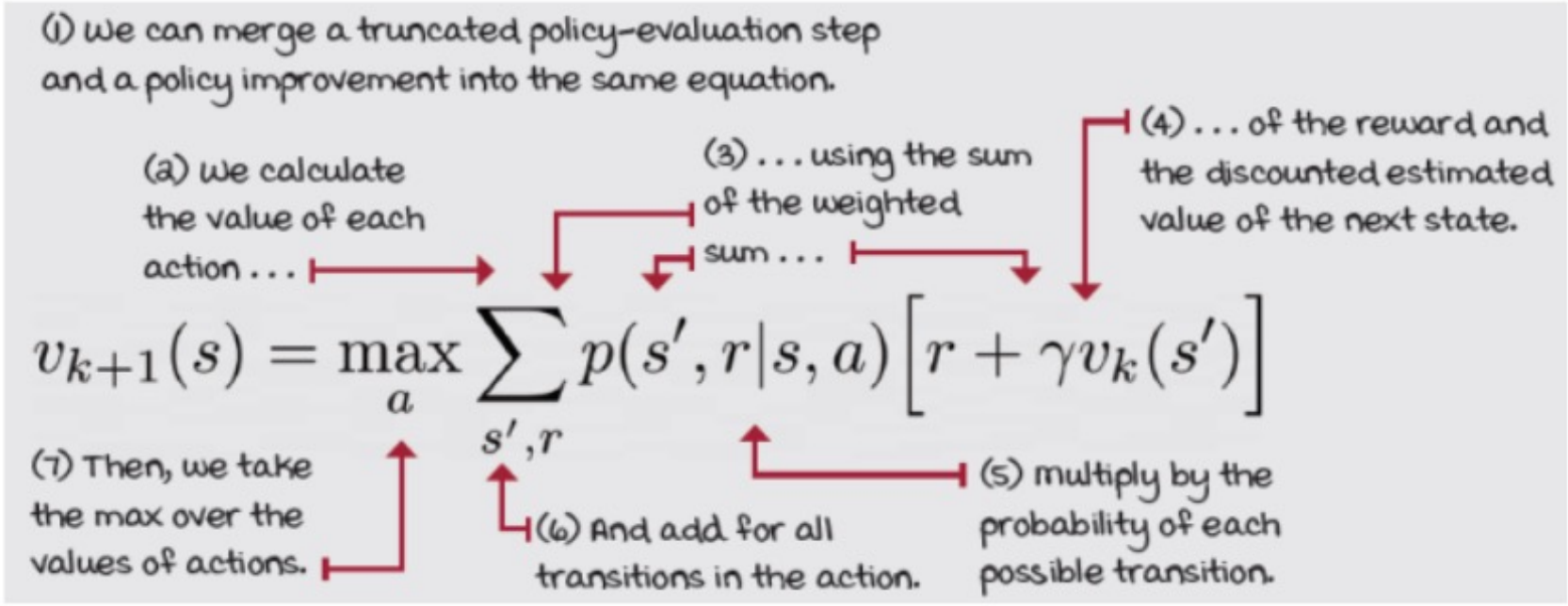
  - **Do we have to wait until convergence** of this evaluation
    before modifying again the policy?
    - Answer : NO

In *Value Iteration*, policy evaluation is stopped after just one *sweep* (visiting all states)

- The **convergence** of policy iteration is **still guaranteed**

Itération de valeur

The value-iteration equation



...

Value iteration: for estimating π*

Algorithm parameter: a small threshold $\theta > 0$ determining accuracy of estimation
Initialize $V(s)$, for all $s \in \mathcal{S}^+$, arbitrarily except that $V(terminal) = 0$

Loop:
| $\Delta \leftarrow 0$
| Loop for each $s \in \mathcal{S}$:
| $v \leftarrow V(s)$
| $V(s) \leftarrow \max_a \sum_{s',r} p(s', r \mid s, a)\left[r + \gamma V(s')\right]$
| $\Delta \leftarrow \max(\Delta, |v - V(s)|)$
until $\Delta < \theta$

Output a deterministic policy, $\pi \approx \pi_*$, such that
$\pi(s) = \arg\max_a \sum_{s',r} p(s', r \mid s, a)\left[r + \gamma V(s')\right]$

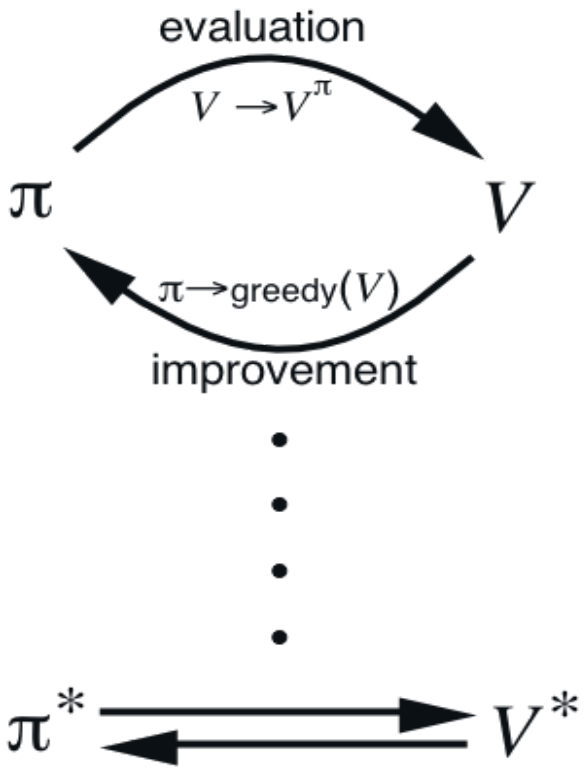
- Utilise l'équation de Bellman sur la politique optimale

$$V^\star(s) = \max_{a \in \mathcal{Z}} \sum_{s'} \mathcal{P}^a_{ss'} \left[\mathcal{R}^a_{s_t s'} + \gamma V^*(s')\right]$$

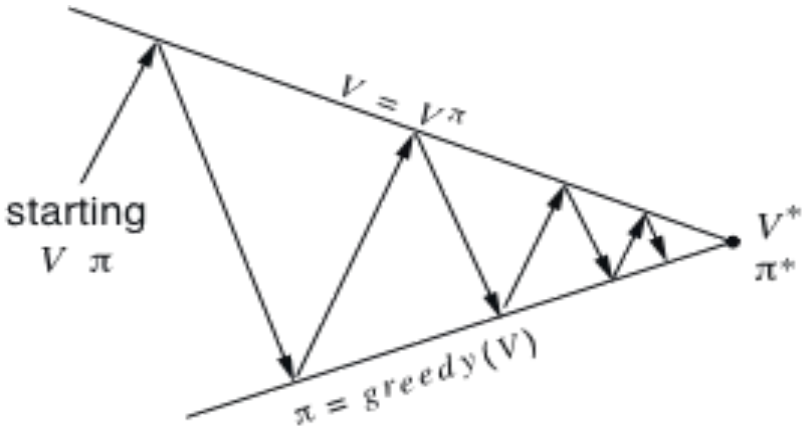
Itération généralisée de politique

Generalized Policy Iteration (GPI):

Toute interaction d'**étape d'évaluation** de politique et d'**étape d'amélioration** de politique indépendamment de leur granularité :



Métaphore géométrique pour la convergence de GPI :



Plan du cours

1. Introduction : motivation, problèmes, notions et principes
2. Notions d'utilité et de politique
3. Apprentissage des fonctions d'utilité en **environnement connu** (et monde fini)
4. Univers **inconnu** (et monde fini)
   - Méthode de Monte-Carlo
   - Apprentissage par différences temporelles
   - SARSA
   - Méthode du Q-Learning
5. La **généralisation** dans l'apprentissage par renforcement
6. Exemples d'applications
7. Bilan et perspectives

Comment faire ?

Apprentissage par renforcement

Le modèle du monde est **inconnu**

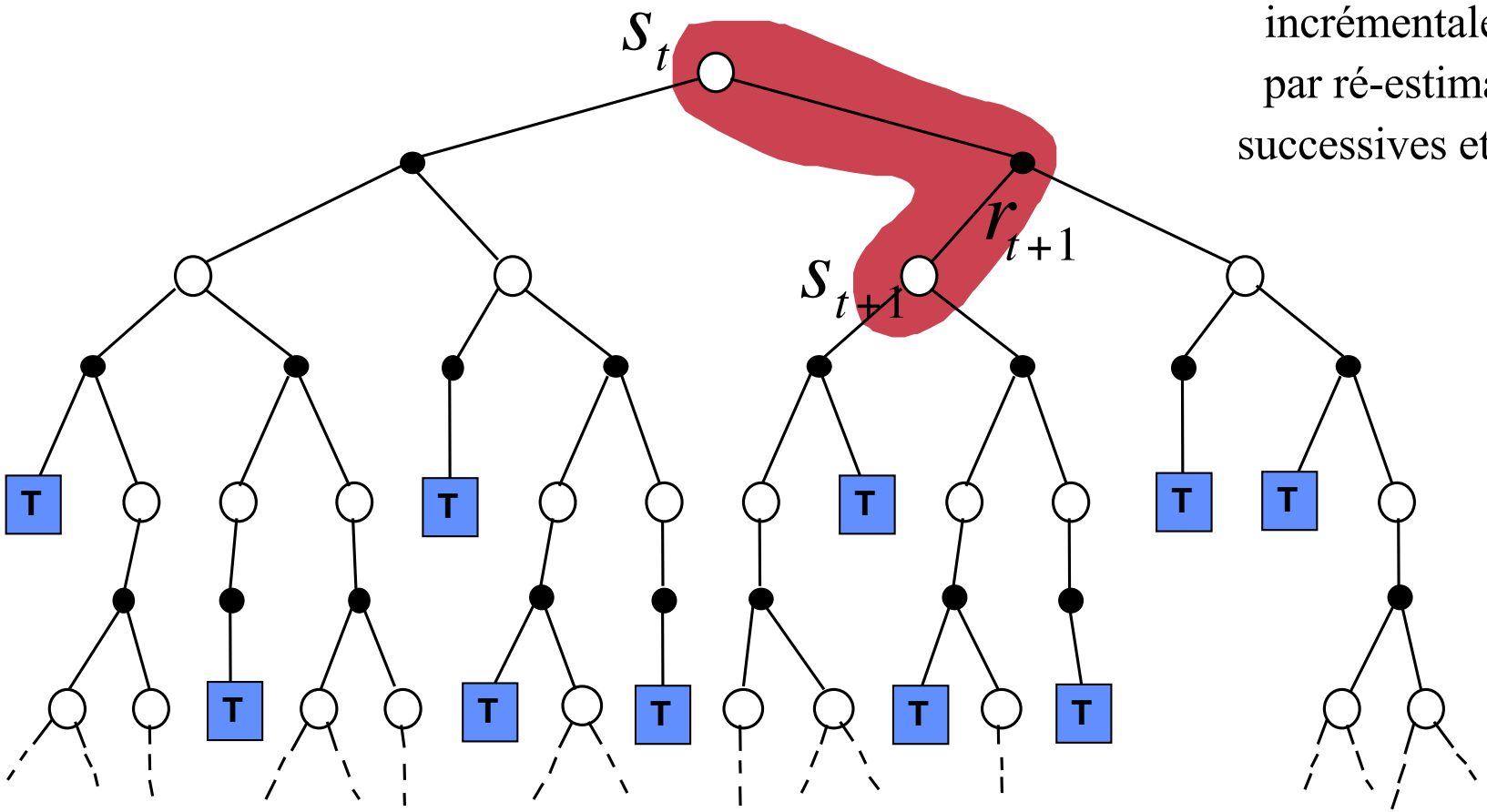
Remarques

- Jusque là, l'agent connaissait un modèle du monde
  - Pas besoin d'explorer
  - Ni d'interagir avec le monde

TD learning : Simplest Temporal Difference Method

$$V(s_t) \leftarrow V(s_t) + \alpha\left[r_{t+1} + \gamma\, V(s_{t+1}) - V(s_t)\right]$$

On met à jour incrémentalement par ré-estimations successives et locales



TD learning : évaluation par méthode des différences temporelles

Évaluation de politique :

pour une politique donnée π, calculer la fonction d'utilité V^{π}

Simple every - visit Monte Carlo method :

$$V(s_t) \leftarrow V(s_t) + \alpha\left[R_t - V(s_t)\right]$$

cible: le **vrai** gain sur une durée t

The simplest TD method, TD(0) :

$$V(s_t) \leftarrow V(s_t) + \alpha\left[r_{t+1} + \gamma\, V(s_{t+1}) - V(s_t)\right]$$

cible: une **estimation** du gain

TD learning : algo d'évaluation par différences temporelles

Initialisation :

$\pi \leftarrow$ politique à évaluer

$V \leftarrow$ une fonction arbitraire d'évaluation

Répéter (pour chaque pas de l'épisode) **:**

$a \leftarrow$ action préconisée par π pour s

Faire a; recevoir r; voir état suivant s'

$V(s) \leftarrow V(s) + \alpha\,[r + \gamma V(s') - V(s)]$

$s \leftarrow s'$

Jusqu'à s terminal

Le principe des différences temporelles

Soit la méthode d'estimation par moyennage :

La moyenne des premiers k renforcements est (en ignorant la dépendance sur a):

$$X_k = \frac{r_1 + r_2 + \ldots + r_k}{k}$$

Peut-on faire le même calcul incrémentalement ?

Oui :

$$X_{k+1} = X_k + \frac{1}{k+1}\left[r_{k+1} - X_k\right]$$

Règle classique d'amélioration :

NouvelleEstimation = ***AncienneEstimation*** + *Pas*[***Cible*** – ***AncienneEstimation***]

L'apprentissage Q (Q-learning)

- Idée [Watkins,89] : Estimer les valeurs Q "en-ligne", en trouvant à la fois la politique et la fonction d'évaluation d'action :

$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \left[\mathcal{R}^a_{ss'} + \gamma \max_{a'} Q(s',a') - Q(s,a) \right]$$

MAJ avec l'action a de **valeur Q maximale** dans S_t.

Algorithme « **hors politique** » : on ne s'appuie pas sur la politique courante pour améliorer

L'apprentissage Q (Q-learning)

- Idée [Watkins,89] : Estimer les valeurs Q "en-ligne", en trouvant à la fois la politique et la fonction d'évaluation d'action :

$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \left[\mathcal{R}^a_{ss'} + \gamma \max_{a'} Q(s',a') - Q(s,a) \right]$$

MAJ avec l'action a de **valeur Q maximale** dans S_t.

- Théorème :

Si chaque action est exécutée un nombre infini de fois dans chaque état, les valeurs Q calculées convergent vers Q^*, conduisant à une politique optimale.

TD learning : Q-Learning

Algorithme SARSA $$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \left[\mathcal{R}^a_{ss'} + \gamma\, Q(s', a') - Q(s,a) \right]$$

Q-learning $$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \left[\mathcal{R}^a_{ss'} + \gamma \max_{a'} Q(s', a') - Q(s,a) \right]$$

Algorithm parameters: step size $\alpha \in (0, 1]$, small $\varepsilon > 0$
Initialize $Q(s, a)$, for all $s \in \mathcal{S}^+, a \in \mathcal{A}(s)$, arbitrarily except that $Q(terminal, \cdot) = 0$

Loop for each episode:
  Initialize S
  Loop for each step of episode:
    Choose A from S using policy derived from Q (e.g., ε-greedy)
    Take action A, observe R, S'
    $Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha\big[R + \gamma \max_a Q(S', a) - Q(S, A)\big]$
    $S \leftarrow S'$
  until S is terminal

Q-learning est « hors politique » (off policy algorithm)

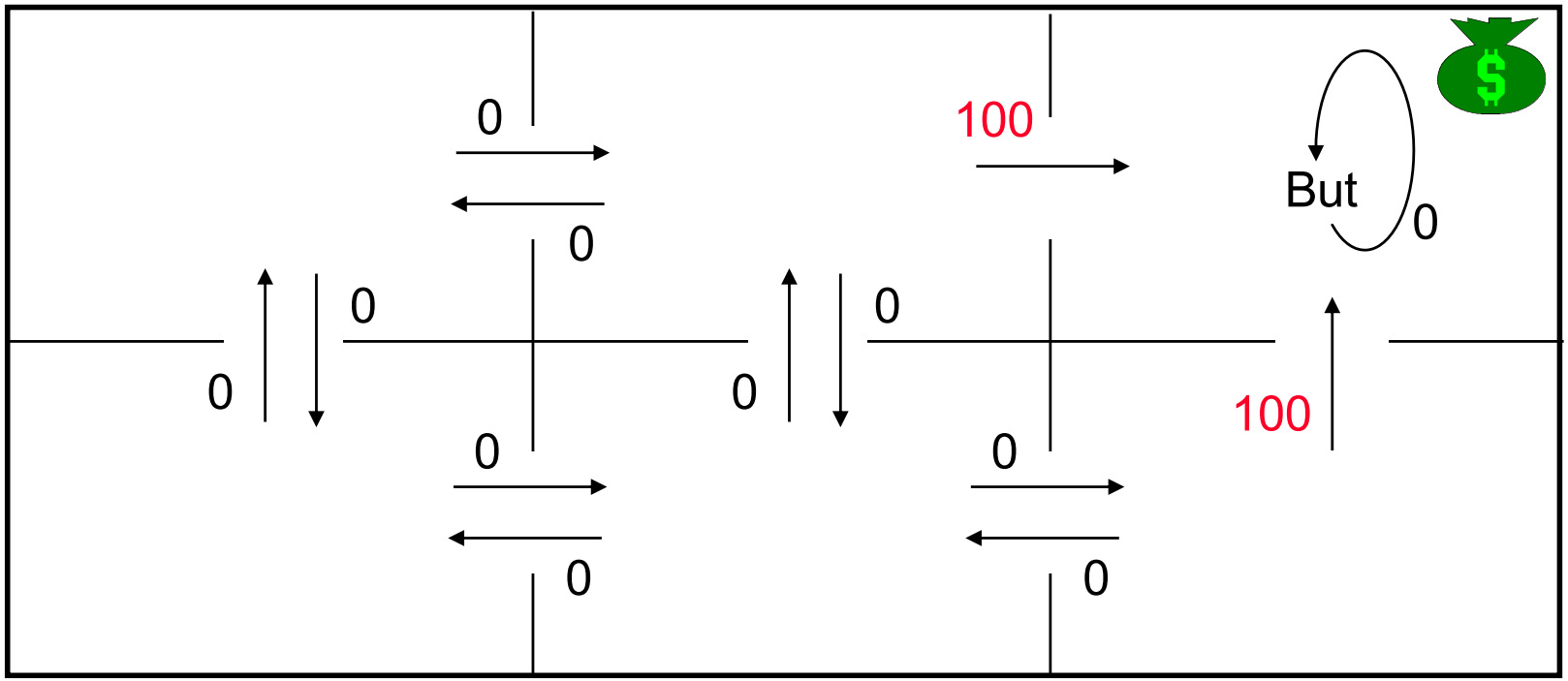
- Algorithme « **sur politique** » (on-policy)
  - La **même politique** est utilisée pour agir et mettre à jour les valeurs

- Algorithme « **hors politique** » (off-policy)
  - La politique pour agir (e.g. choisie par ε-greedy)
  - Est **différente** de la politique pour mettre à jour les valeurs (e.g. l'action maximisant Q(s',a') dans le Q-learning)

$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \alpha \left[\mathcal{R}^a_{ss'} + \gamma \max_{a'} Q(s',a') - Q(s,a) \right]$$

Exemple (1/4)

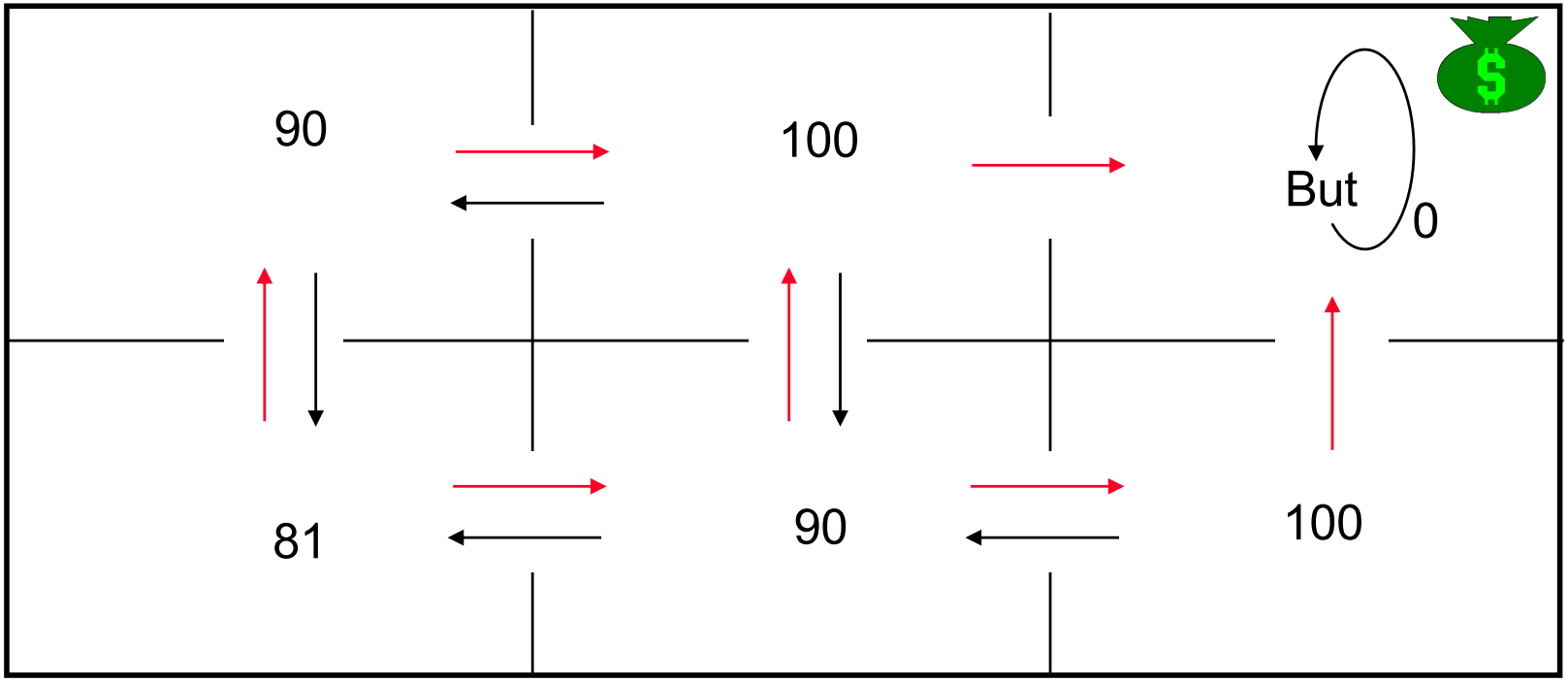
r(s,a) récompense immédiate



- Rq: La dernière étape assure la récompense (jeux, monde des blocs, etc.)
- Tâche: apprendre la meilleure stratégie

Exemple (2/4)

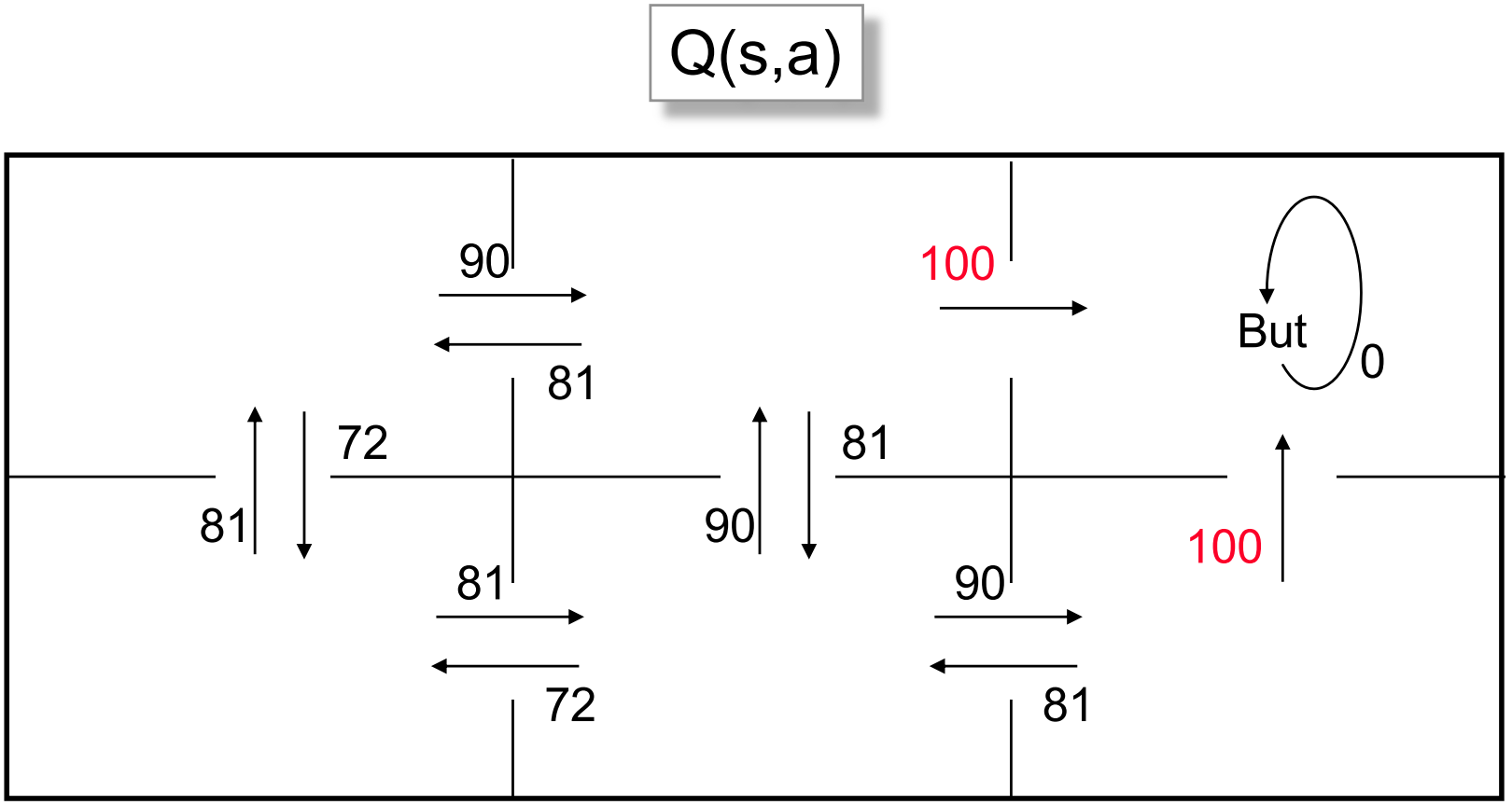
- On définit la récompense cumulée $V^{\pi}(s_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r_t$
- Le problème: trouver $\pi^* = \underset{\pi}{\operatorname{argmax}}(V^{\pi}(s))$



V*(s)=Vπ*(s) récompense cumulée optimale

Exemple (3/4)

- La fonction Q est définie comme étant LA fonction qui résume en UN nombre toute l'info nécessaire sur le gain cumulé d'une action a, prise dans l'état s.



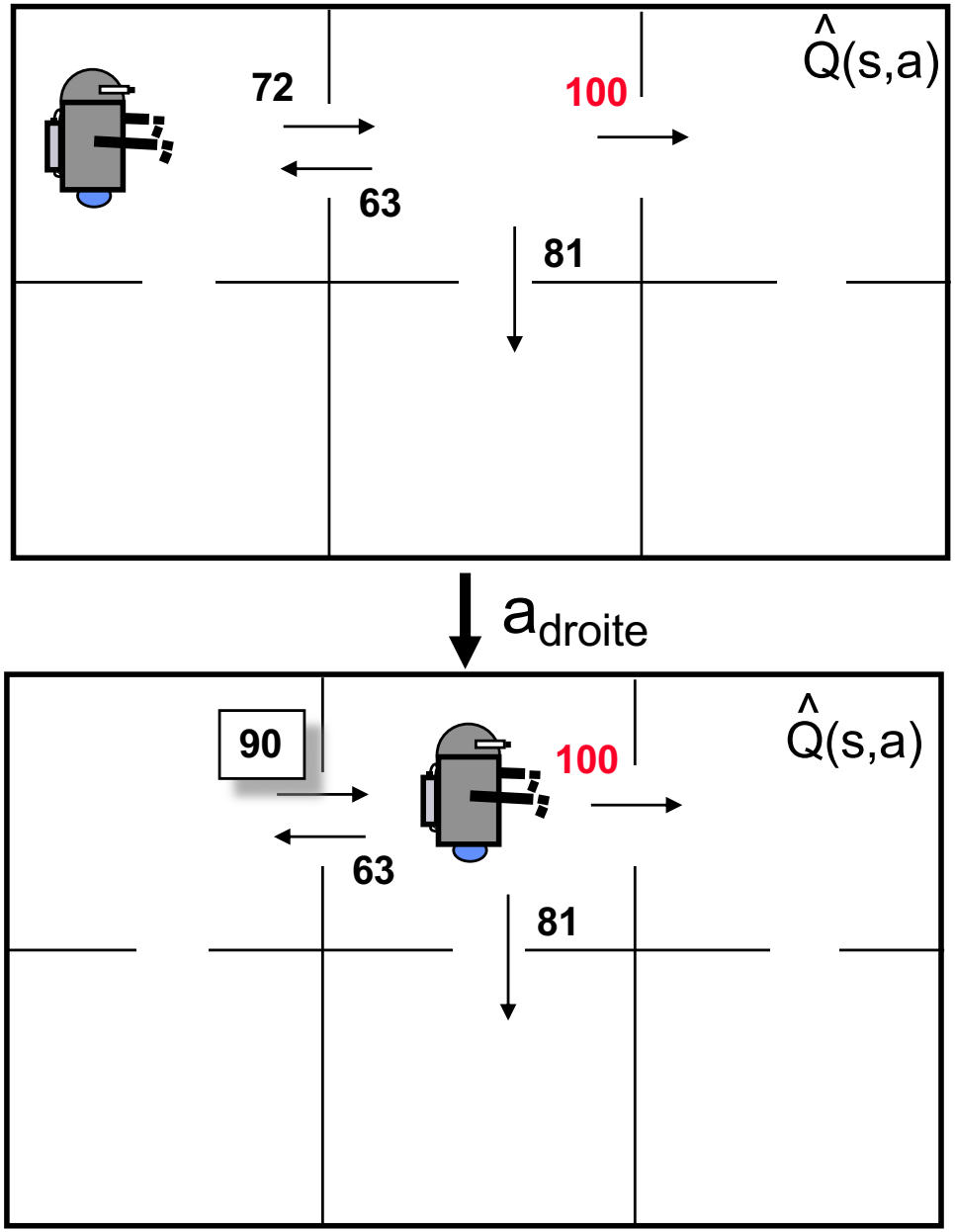
Exemple (4/4)

On Prend $\alpha = 1$

$$\hat{Q}(s,a) \leftarrow r + \gamma \max_{a'} \hat{Q}(\delta(s,a),a'))$$

$$\leftarrow 0 + 0.9 \max\{63, 81, 100\}\}$$

$$\leftarrow 90$$



Plan du cours

1. Introduction : motivation, problèmes, notions et principes
2. Notions d'utilité et de politique
3. Apprentissage des fonctions d'utilité en **environnement connu** (et monde fini)
4. **Univers inconnu** (et monde fini)
   - Méthode de Monte-Carlo
   - Apprentissage par différences temporelles
   - SARSA
   - Méthode du Q-Learning
5. La **généralisation** dans l'apprentissage par renforcement
6. Exemples d'applications
7. Bilan et perspectives

La généralisation dans l'apprentissage par renforcement

Apprentissage avec généralisation

- Si l'espace S (ou S x A) est trop important pour l'utilisation d'une table mémorisant les prédictions

- Deux options :

  - Utilisation d'une technique de généralisation dans l'espace S ou l'espace S x A (e.g. réseau de neurones, ...)

  - Utilisation d'une technique de regroupement d'états en classes d'équivalence (même prédiction et même action générée).

Généralisation : Approximation de la fonction V(s)

Comme avant : Évaluation de politique :

pour une politique donnée π, calculer la fonction d'utilité V^{π}

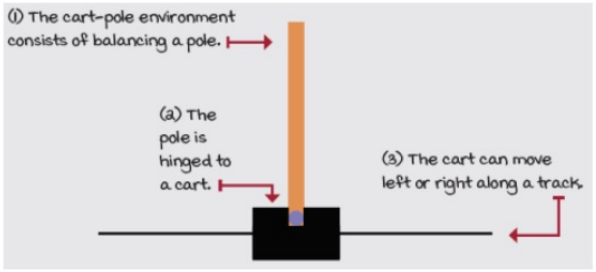
Mais avant, les fonctions d'utilité étaient stockées dans des tables.

Maintenant, l'estimation de la fonction d'utilité au temps t, V_t, dépend d'un vecteur de paramètres $\vec{\theta}_t$, et seul ce vecteur de paramètres est mis à jour.

e.g., $\vec{\theta}_t$ pourrait être le vecteur de poids de connexions d'un réseau de neurones.

Architectures de Réseaux de neurones pour le RL

The cart-pole environment is a classic in reinforcement learning. The state space is low dimensional but continuous, making it an excellent environment for developing algorithms; training is fast, yet still somewhat challenging, and function approximation can help.



This is the cart-pole environment

Its state space is comprised of four variables:

- The cart position on the track (x-axis) with a range from −2.4 to 2.4
- The cart velocity along the track (x-axis) with a range from −inf to inf
- The pole angle with a range of ~−40 degrees to ~ 40 degrees
- The pole velocity at the tip with a range of −inf to inf

There are two available actions in every state:

- Action 0 applies a −1 force to the cart (push it left)
- Action 1 applies a +1 force to the cart (push it right)

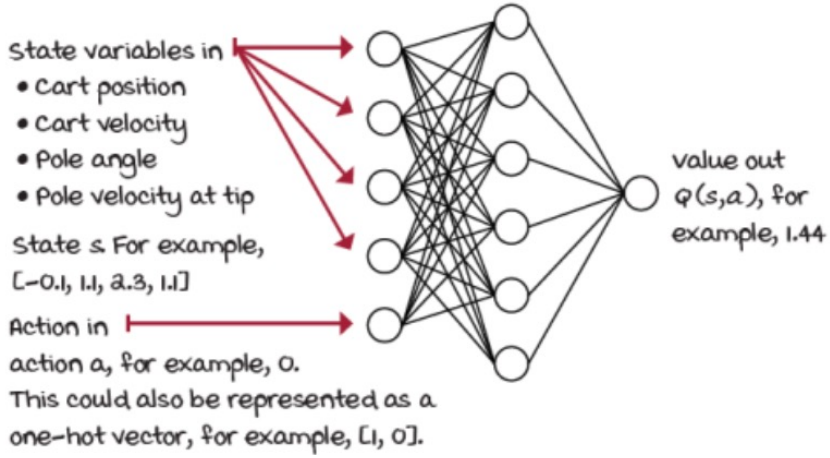
You reach a terminal state if

- The pole angle is more than 12 degrees away from the vertical position
- The cart center is more than 2.4 units from the center of the track
- The episode count reaches 500 time steps (more on this later)

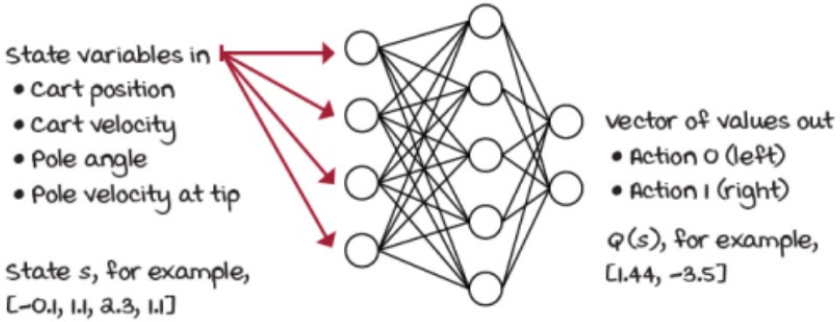
The reward function is

- +1 for every time step

State-action-in-value-out architecture



State-in-values-out architecture



Généralisation : Backups as Training Examples

e.g., the TD(0) backup :

$$V(s_t) \leftarrow V(s_t) + \alpha\left[r_{t+1} + \gamma\, V(s_{t+1}) - V(s_t)\right]$$

As a training example:

$$\left\{\text{description of } s_t,\ \underbrace{r_{t+1} + \gamma\, V(s_{t+1})}\right\}$$

input target output

Généralisation : n'importe quelle méthode inductive ?

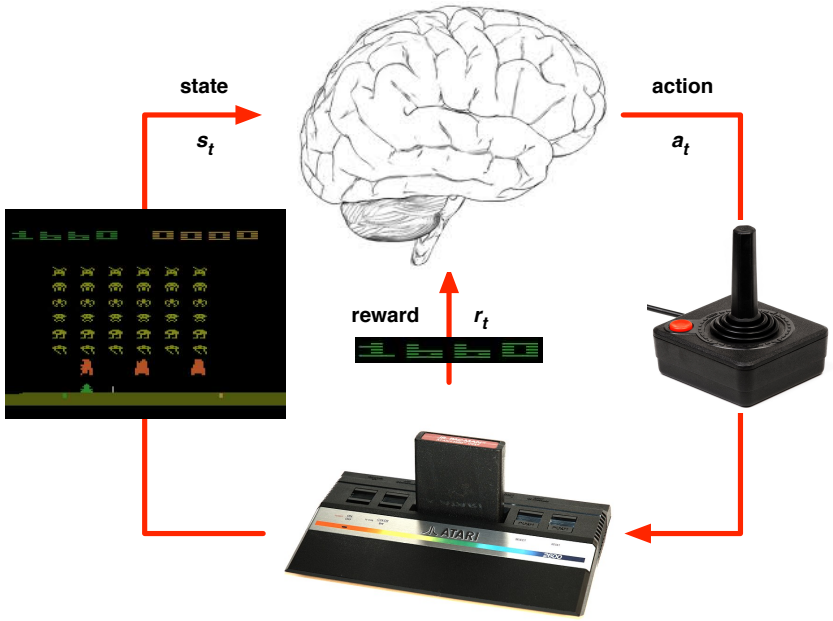
- En principe, oui :
  - Réseaux de neurones artificiels
  - Arbres de décision
  - Méthodes de régression multivariées
  - etc.
- Mais l'App. par R. a des exigences particulières :
  - Apprendre tout en agissant
  - S'adapter à des mondes non stationnaires

Plan du cours

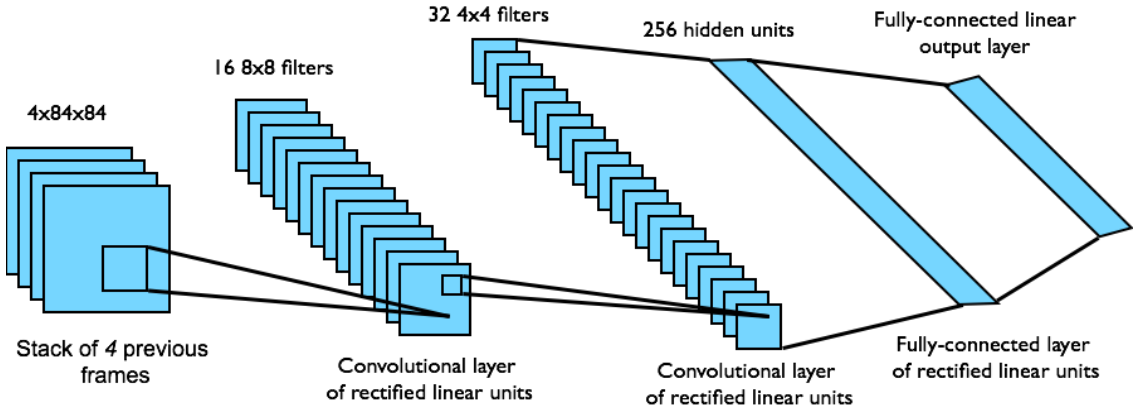
1. Introduction : motivation, problèmes, notions et principes
2. Notions d'utilité et de politique
3. Apprentissage des fonctions d'utilité en **environnement connu** (et monde fini)
4. **Univers inconnu** (et monde fini)
   - Méthode de Monte-Carlo
   - Apprentissage par différences temporelles
   - SARSA
   - Méthode du Q-Learning
5. La **généralisation** dans l'apprentissage par renforcement
6. Exemples d'applications
7. Bilan et perspectives

Deep RL in Atari

...



- End-to-end learning of values $Q(s, a)$ from pixels s
- Input state s is stack of raw pixels from last 4 frames
- Output is $Q(s, a)$ for 18 joystick/button positions
- Reward is change in score for that step



Network architecture and hyperparameters fixed across all games

Deep RL in Atari

...

DQN paper

www.nature.com/articles/nature14236

DQN source code:

sites.google.com/a/deepmind.com/dqn/

Deep RL in Go

...

AlphaGo paper:
www.nature.com/articles/nature16961

AlphaGo resources:
deepmind.com/alphago/

Bilan : trois idées principales

1. Le passage par des fonctions d'utilité
2. La rétro-propagation de ces valeurs le long de trajectoires réelles ou simulées
3. Itération généralisée de politique :
    1. Calculer continuellement une estimation de la **fonction d'utilité** optimale et
    2. Chercher **une politique** optimale grâce à cette estimation, qui, en retour, s'adapte en conséquence

Les grandes approches

- RL basé sur l'apprentissage de valeurs d'utilité
  - E.g. apprendre Q*(*s*,*a*)
- RL basé sur l'apprentissage de politique
  - Explorer directement l'espace des politiques
  - E.g. par algorithme génétique
- RL basé sur l'apprentissage d'un modèle du monde
  - Construire un modèle de l'environnement
  - Construire un plan en utilisant ce modèle

Des directions nouvelles

- Reinforcement Learning from Human Feedback (RLHF)

- Reinforcement Learning from AI feedback (RLAI)
  - Distillation

Sources documentaires

- Ouvrages / articles
  - Sutton & Barto (2018) : *Reinforcement Learning: an introduction*. MIT Press, 2018.
  - Miguel Morales (2020) : *Deep Reinforcement Learning*. Manning.
  - Kaelbling, Littman & Moore (96) : *Reinforcement learning : A survey*. Journal of Artificial Intelligence Research, 4:237-285.
- Sites web
  - http://http://www-anw.cs.umass.edu/~rich/RL-FAQ.html

(FAQ maintenue par Rich Sutton et point dentrée pour de nombreux sites)